Revisando alguns tópicos de matemática

Prof. Me. Lineu Alberto Cavazani de Freitas
Prof. Dra. Silvia Emiko Shimakura

Departamento de Estatística
Laboratório de Estatística e Geoinformação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Revisão de matemática

- Esta disciplina envolverá algumas manipulações matemáticas simples e certos conceitos.

- A maioria dos alunos não deve ter dificuldade, mas uma breve revisão de algumas regras gerais e alguns tópicos importantes pode ser interessante.

- Neste material veremos uma breve revisão sobre:
  1. Ordem de prioridade das operações.
  2. Regras envolvendo operações com sinais distintos.
  3. Frações.
  4. Potenciação, radiciação e logaritmo.
  5. Produtos notáveis.
  6. Áreas de polígonos.
  7. Somatório e produtório.
  8. Análise combinatória.
  9. Funções.

Para começar...

Considere a seguinte expressão:

$$\frac{\alpha x y^2 - (y - x)}{1 - \alpha(x + y) + x^2} - \frac{\sqrt{\alpha} + 1}{x - (1 - (-x))^2} + 3$$

se $x = -1$, $y = -0.3$ e $\alpha = 2$, o resultado é...

Para começar...

Considere a seguinte expressão:

$$\frac{\alpha x y^2 - (y - x)}{1 - \alpha(x + y) + x^2} - \frac{\sqrt{\alpha} + 1}{x - (1 - (-x))^2} + 3$$

se $x = -1$, $y = -0.3$ e $\alpha = 2$, o resultado é **5,2229**.

Ordem de prioridade das operações

Ordem de prioridade das operações

Ao efetuar cálculos siga a ordem das operações:

- Primeira prioridade: parênteses.
- Segunda prioridade: potências e raízes.
- Terceira prioridade: multiplicação e divisão.
- Quarta prioridade: adição e subtração.

Exemplos:

- $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$,
- $(5^2 - 1)/2 + 3 = (25 - 1)/2 + 3 = 24/2 + 3 = 12 + 3 = 15$.

Exercícios

Efetue:

a) $4 \times 5 + 1 - 9/1 + 10 =$

b) $4 \times (5 + 1 - 9)/(1 + 10) =$

c) $(4 \times 5) + 1 - (9/1) + 10 =$

d) $4^2 \times 5 + 1 - 9/1 + 10 =$

e) $\sqrt{4} \times 5 + 1^{10} - 9/1 + 10 =$

Fique atento aos sinais

Fique atento aos sinais

Adicionar um número negativo é equivalente a subtrair um número positivo.

- Exemplo: $6 + (-4) = 6 - 4 = 2$, $-2 + (-3) = -2 - 3 = -5$.

Subtrair um número negativo é equivalente a adicionar um número positivo.

- Exemplos: $4 - (-1) = 4 + 1 = 5$, $-2 - (-5) = -2 + 5 = 5 - 2 = 3$

Fique atento aos sinais

Para multiplicações e divisões: sinais iguais, resultado positivo. Sinais diferentes, resultado negativo.

Exemplos:

- 3 × 2 = 6
- 2 × (-4) = -8
- (-1) × 7 = -7
- (-3) × (-4) = 12.
- $9/3 = 3$
- $12/(-4) = -3$
- $-15/5 = -3$
- $-4/-2 = 4/2 = 2.$

Exercícios

Efetue as expressões a seguir:

a) $1 + 2 \times 3 =$

b) $1 - 2 \times 3 =$

c) $1 - 2 \times -3 =$

d) $(1 - 2) \times -3 =$

e) $1 + (-2) \times (-2 + 3) =$

f) $1 + (-2) \times (-2) + 3 =$

Frações

Frações

- Uma fração é a representação de uma divisão entre dois números.

$$fração = \frac{numerador}{denominador}$$

- Uma forma de se pensar: o numerador representa o que temos, e o denominador representa em quantas partes o que temos foi dividido.

Frações

- Multiplicar ou dividir tanto o numerador quanto o denominador pelo mesmo valor não modifica o valor da fração.
  - $\frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
  - $\frac{21}{28} = \frac{21/7}{28/7} = \frac{3}{4}.$
- Para somar ou subtrair frações podemos reescrever cada fração de modo que elas tenham o mesmo denominador. Então adicionamos (ou subtraímos) os numeradores.
  - $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{4\times 2}{4\times 3} + \frac{3\times 5}{3\times 4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{8+15}{12} = \frac{23}{12}$
  - $\frac{2}{3} - \frac{5}{4} = \frac{4\times 2}{4\times 3} - \frac{3\times 5}{3\times 4} = \frac{8}{12} - \frac{15}{12} = \frac{8-15}{12} = \frac{-7}{12}$
- Caso a estratégia anterior não seja possível, precisamos encontrar o mínimo múltiplo comum (mmc).
  - $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3\times \frac{12}{4} + 5\times \frac{12}{6}}{12} = \frac{3\times 3 + 5\times 2}{12} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$

Frações

O produto de frações resulta em uma fração em que o numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores.

- $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$

Para obter a razão de duas frações, efetue o produto da primeira pelo inverso da segunda.

- $\frac{2/3}{5/4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$

Arredondamento de frações

Quando o primeiro algarismo a ser eliminado é menor que 5, o último algarismo que permanece ficará inalterado. Se for maior ou igual a 5, aumenta-se em uma unidade.

- Arredondamento para uma casa decimal: $41{,}6502 = 41{,}7$.
- Arredondamento para três casas decimais: $172{,}365871289 = 172{,}366$

Outras formas de arredondar:

- Arredondamento para cima: independente do valor, aumenta-se uma unidade.
- Arredondamento para baixo: independente do valor, reduz-se uma unidade.
- Truncamento: ignoram-se os valores após a casa desejada.

Exercícios

Efetue as seguintes adições e subtrações:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$

c) $\frac{3}{10} + \frac{8}{5} =$

d) $\frac{12}{32} + \frac{5}{42} =$

Exercícios

Efetue as seguintes multiplicações e divisões:

a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right) =$

c) $\frac{3/10}{8/5} =$

d) $\frac{-(10/7)}{-(7/10)} =$

Exercícios

Efetue os seguintes arredondamentos:

a) Para uma casa decimal: 75,3271 $=$
b) Para duas casas decimais: 46,22849 $=$
c) Para inteiro: 18,91246 $=$
d) Para três casas decimais: 172,8633 $=$
e) Para inteiro: 80,22 $=$

Potenciação, radiciação e logaritmos

Potenciação

A n-ésima potência de número b, denotada por b^n, é o resultado de sucessivas multiplicações de n fatores iguais a b.

- $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729.$

O expoente do produto de mesma base é igual à soma dos expoentes.

- $3^3 \cdot 3^5 = 3^{3+5} = 3^8.$

O expoente da potência de outra potência é igual ao produto dos expoentes.

- $(5^2)^3 = 5^{2\times3} = 5^6$

Radiciação

A radiciação é a operação oposta da potenciação. Ao elevar um número ao expoente e extrairmos a sua raiz, voltamos ao número inicial.

- Se $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$, então $\sqrt{9} = 3$.
- Se $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, então $\sqrt[3]{27} = 3$.

Potências de expoentes racionais podem ser reescritas como raízes ($b^{\frac{n}{d}} = \sqrt[d]{b^n}$).

- $64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = \pm 8$
- $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$
- $64^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64^2} = \sqrt[3]{(4^3)^2} = \sqrt[3]{4^6} = 4^2 = 16$

Potenciação e radiciação de frações

A potenciação e radiciação de frações são distribuídas para o numerador e o denominador.

- $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$
- $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$

Logaritmo

O logarítmo pode ser entendido como a solução de uma equação em que a resposta é uma potência. Se $a^x = b$, então $log_a b = x$.

- $3^4 = 81$, então $log_3 81 = 4$.
- $log_2 4 = 2$, pois $2^2 = 4$.

Um tipo especial de logaritmo é o logaritmo natural ou neperiano, denotado por ln. Neste caso, a base usada é e: o número de Euler, cujo valor é aproximadamente 2,71.

- $ln(10) = 2{,}3026$, pois $e^{2{,}3026} = 10$.
- $ln(15) = 2{,}7081$, pois $e^{2{,}7081} = 15$.

Exercícios

Determine os expoentes indicados com (*) que completam corretamente as expressões aritméticas a seguir.

a) $5^4 \cdot 5^3 = 5^*$

b) $(6^2)^4 = 6^*$

c) $7^2 \cdot 7^* = 7^7$

d) $(8^*)^3 = 8^{12}$

e) $9^2 \cdot 9^4 = 3^*$

Exercícios

Coloque parênteses nas expressões aritméticas para torná-las verdadeiras.

a) $4 + 3 \times 5^2 = 175$
b) $4 + 3 \times 5^2 = 229$
c) $4 + 3 \times 5^2 = 361$
d) $4 \times 3 + 5^2 = 256$
e) $4 \times 3 + 5^2 = 289$
f) $4 \times 3 + 5^2 = 112$

Exercícios

Obtenha as raízes:

a) $\sqrt{16} =$

b) $\sqrt[3]{27} =$

c) $\sqrt{100} =$

d) $\sqrt[4]{1024} =$

e) $\sqrt{15} =$

Exercícios

Efetue as seguintes potenciações:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$

c) $25^{\frac{1}{2}} =$

d) $125^{\frac{2}{3}} =$

e) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} =$

Exercícios

Calcule os logaritmos:

a) $log_3 3 =$

b) $log_{10} 2 =$

c) $log_{100} 50 =$

d) $ln(e) =$

e) $ln(5) =$

Produtos notáveis

Produtos notáveis

Quadrado da soma: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

Quadrado da diferença: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- $(x-1)^2 = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$

Produto de uma soma e uma diferença $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

- $(x+2)(x-2) = x^2 - 2x + 2x - 2 \times 2 = x^2 - 2^2$

Exercícios

Efetue:

a) $(5x+1)^2 =$

b) $(3x^2+x)^2 =$

c) $(x^5+2x^3)^2 =$

d) $(2x^2-x)^2 =$

e) $(2x^7-3x^3)^2 =$

f) $(2x+7)(2x-7) =$

g) $(x^2+x)(x^2-x) =$

h) $(5x^2+y^7)(5x^2-y^7) =$

Área de polígonos

Área de polígonos

Um paralelogramo é todo quadrilátero cujos lados opostos são paralelos, tais como quadrados e retângulos. Seja b a base e h a altura, a área de um paralelogramo pode ser obtida por $Área = b \times h$.

- Se o tamanho da base é igual a 10 e a altura é igual a 5, então a área é igal a $10 \times 5 = 50$.

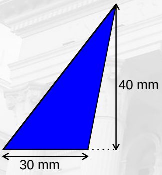
Já a área do triângulo é a metade da área de um paralelogramo: $Área = \frac{b \times h}{2}$

- Se temos uma base igual a 4 e altura igual a 6, então a área é $\frac{4 \times 6}{2} = 24/2 = 12$

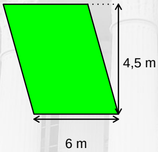
Exercícios

Calcule a área das figuras a seguir:

(a)



(b)



Somatório e produtório

Somatório

O somatório de n valores numéricos $x_1, x_2, \cdots, x_n$ pode ser denotado por:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

- Considere os números $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, x_4 = 7$ então $\sum_{i=1}^{4} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 3 + 5 + 7 = 16.$

Produtório

O produtório de n valores numéricos $x_1, x_2, \cdots, x_n$ pode ser denotado por:

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n$$

- Considere os números $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, x_4 = 7$ então $\prod_{i=1}^{4} x_i = x_1 \times x_2 \times x_3 \times x_4 = 1 \times 3 \times 5 \times 7 = 105.$

Exercícios

Sejam as amostras de tamanho $n = 5$, $X = \{2,7,4,3,2\}$ e $Y = \{1,2,3,6,5\}$, calcule:

a) $\sum_{i=1}^{5} x_i =$

b) $\prod_{i=1}^{5} x_i =$

c) $\sum_{i=1}^{5} x_i y_i =$

d) $\prod_{i=2}^{4} (x_i + y_i) =$

e) $\sum_{i=1}^{5} x_2 =$

Análise combinatória

Análise combinatória

- Área da matemática que estuda métodos para solucionar problemas que envolvem contagens.

- Princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo: quando um evento é composto por n etapas sucessivas e independentes, de tal modo que as possibilidades da primeira etapa é x e as possibilidades da segunda etapa é y, resulta no número total de possibilidades de o evento ocorrer, dado pelo produto $x \times y$.

- Com base no princípio fundamental da contagem surgiram técnicas para trabalhar com situações específicas de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações.

Fatorial

- Uma importante ferramenta utilizada em problemas de contagem.

- O fatorial de um número natural, denotado por ! é definido como o produto deste número por todos os seus antecessores.

- Exemplo: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Arranjo

- Tipo de agrupamento em que a ordem importa, ou seja, se temos dois elementos denotados por A e B, o agrupamento AB é diferente de BA.
- Todos os agrupamentos formados com n elementos tomados de p em p, sabendo que o valor de $n > p$.
- Se NÃO há repetição, arranjo simples. Se há repetição, arranjo completo.

Arranjo simples

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Arranjo completo

$$A_{n,p} = n^p$$

Exemplos

As senhas de um determinado banco são formadas por quatro dígitos. Qual e a quantidade de senhas possíveis para esse sistema em duas situações distintas:

a) Se apenas forem permitidos 4 algarismos distintos.

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 5040$$

b) Se for possível repetir algarismos.

$$A_{10,4} = 10^4 = 10000$$

Permutação

- Caso especial de arranjo em que $n = p$.
- Como trata-se de um arranjo, a ordem importa ($AB \neq BA$).

Permutação simples

$$P = n!$$

Permutação com repetição

$$P_n^{k_1,k_2,\ldots,k_i} = \frac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_i!}$$

$k_1, k_2, \cdots, k_i$ representam o número de vezes que cada um dos elementos se repete.

Exemplos

Em uma disciplina, 3 alunos apresentarão um trabalho no fim de um curso. A ordem de apresentação será sorteada. Quantas sequências distintas podem ocorrer?

$$P = n! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Anagramas são todos os reordenamentos possíveis que podemos criar com as letras de uma palavra. Quantos anagramas podemos gerar com as letras da palavra *BANANA*?

$$P_6^{3,2} = \frac{6!}{3!2!} = \frac{720}{12} = 60$$

Combinação

- Configura um caso de combinação quando a ordem NÃO importa, ou seja, AB é igual a BA.

Combinação simples

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Combinação com repetição

$$C_{n,p} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$$

Exemplos

Um campeonato teve 10 times inscritos. Os jogos iniciais serão sorteados. Quantas combinações são possíveis?

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{3628800}{80640} = 45$$

Uma lanchonete fornece 5 opções de lanche. Se um cliente resolve levar 3 lanches, de quantas maneiras distintas ele pode fazer esse pedido?

$$C_{5,3} = \frac{(5+3-1)!}{3!(5-1)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{5040}{144} = 35$$

Exercícios

a) De quantas maneiras podemos organizar 3 livros de um total de 10 livros distintos em uma estante?

b) Considere que placas de veículos são compostas por uma parte inicial com 4 letras outra parte com 3 algarismos. Letras e algarismos podem se repetir. Quantas placas podem ser geradas?

c) Quantos anagramas podemos gerar com as letras da palavra BRASIL?

d) De quantas formas podemos ordenar 6 bolas sendo que 2 são verdes, 1 é azul e 3 são vermelhas?

e) Um pesquisador precisa escolher três cobaias de um grupo de oito cobaias. Determine o número de maneiras que ele pode realizar a escolha.

f) Uma vendedora de cosméticos fez uma promoção com 5 opções de cores de batons em que o cliente pode escolher 3 cores para montar um kit. De quantas maneiras distintas podemos montar um kit?

Funções

Expressões algébricas

Em matemática usamos símbolos para denotar certas quantidades, por exemplo: sabemos que a área A de um círculo é igual a π vezes o quadrado do seu raio r:

$$A(r) = \pi r^2.$$

Podemos substituir valores na equação se estivermos interessados num círculo em particular:

- Para um círculo de raio $r = 3cm$: $A(3) = \pi \times 3^2 = 9\pi = 28{,}27$.

Expressões algébricas

- Frequentemente usamos símbolos como x e y e algumas vezes letras gregas tais como α (alfa) β (beta), γ (gama), δ (delta), μ (mi), ρ (ro), σ (sigma), etc.

- As mesmas regras, vistas anteriormente, se aplicam quando usamos símbolos algébricos.

- Exemplo: seja $\alpha = -2$ e $\beta = -3$. Qual é o valor de $f(x) = \alpha + \beta x$ quando $x = -1$ e quando $x = 0$?
  - Para $x = -1$: $f(-1) = -2 + (-3) \times (-1) = -2 + 3 = 1$.
  - Para $x = 0$: $f(0) = -2 + (-3) \times 0 = -2 + 0 = -2$.

Funções

- Uma função $f(x)$ é a relação entre elementos de dois conjuntos, na qual, para cada elemento do conjunto de partida (x, também chamado de domínio), existe um elemento do conjunto de chegada (y ou $f(x)$, também chamado de contradomínio).

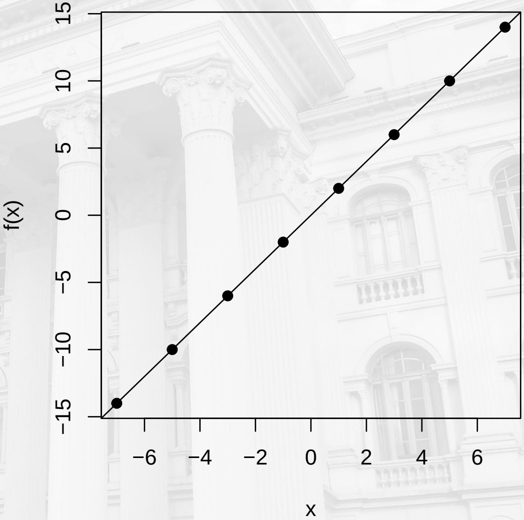
- Para cada valor de x, podemos determinar um valor de y, e um valor de x não pode gerar dois valores distintos de y.

- Por exemplo: suponha que temos uma função de números naturais que, para cada número ela retorna o dobro deste número. Se o valor da função for 1, temos 2. Se o valor for 2, temos 4 e assim por diante.
  - Esta função pode ser escrita como $y = f(x) = 2x$.

Funções

Substituindo os possíveis valores de x na expressão da função ($y = 2x$) podemos gerar o gráfico desta função:

x	y
-7	-14
-5	-10
-3	-6
-1	-2
1	2
3	6
5	10
7	14



Alguns tipos de funções

Alguns tipos especiais de função são:

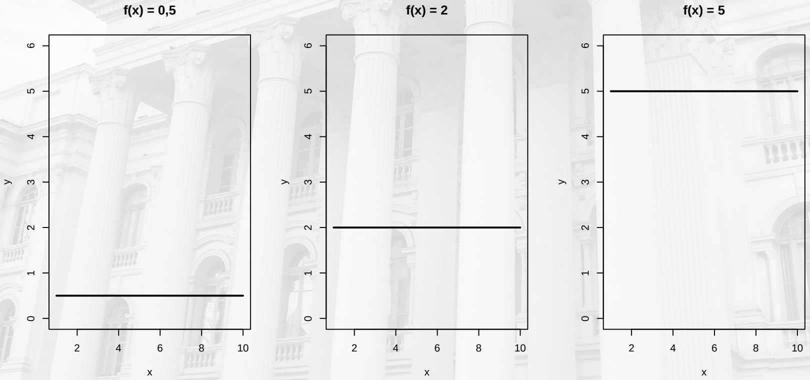
- Função constante.
- Função de 1º grau.
- Função de 2º grau.
- Funções polinomiais.
- Função modular.
- Função exponencial.
- Função logarítmica.
- Função raiz.
- Funções trigonométricas.
- Funções definidas por partes.

Função constante

Todo valor do domínio (x) tem a mesma imagem (y).

$$f(x) = c,$$

em que c é uma constante que define onde a função corta o eixo y.



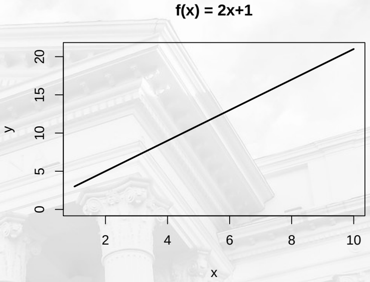
Função de 1º grau

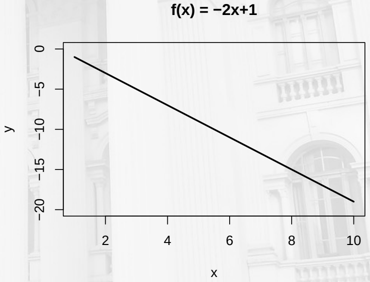
Descreve uma reta:

$$y = ax + b$$

a e b são chamados de coeficiente angular (define a inclinação da reta) e intercepto (define onde a reta corta o eixo x).

- Se $a > 0$, a função é crescente.
- Se $a < 0$, a função é decrescente.
- Se $a = 0$, a função é constante.





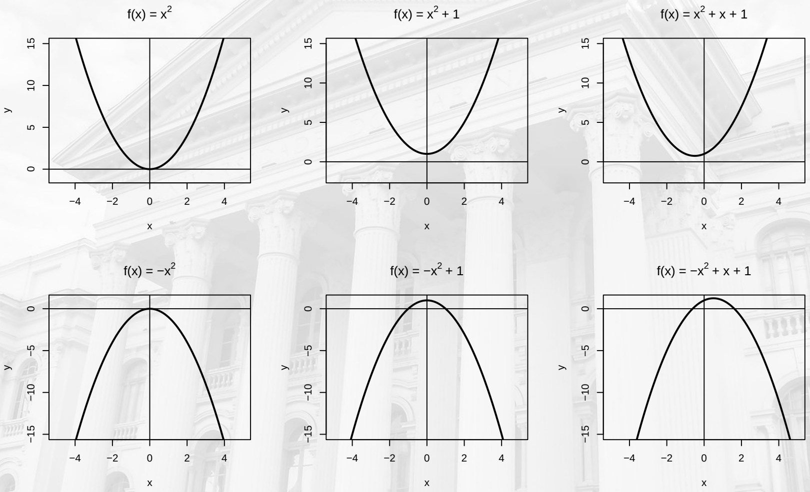
Função de 2º grau (quadrática)

A função quadrática ou função polinomial do segundo grau é dada por um polinômio de grau dois:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- a determina a concavidade da parábola. Se $a > 0$, a concavidade é para cima. Se $a < 0$, a concavidade é para baixo.
- c determina onde a parábola corta o eixo y, quando o valor de x for igual a 0, a parábola assume o valor de c. Se $c > 0$, a parábola irá cortar o eixo y acima da origem. Se $c < 0$, a parábola irá cortar o eixo abaixo da origem. Se $c = 0$, a parábola irá cortar o eixo na origem.

Função de 2º grau (quadrática)



Funões polinomiais

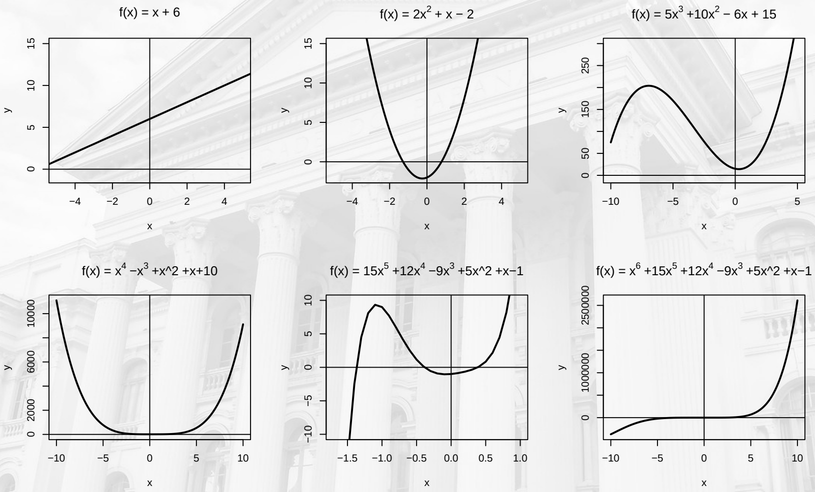
Podemos generalizar as funções do primeiro e segundo grau para polinômios de mais alta ordem:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

em que:

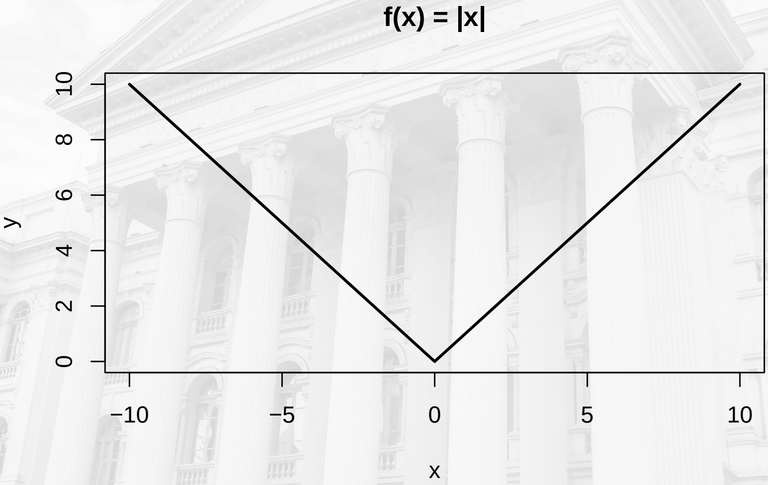
- n: número inteiro positivo ou nulo.
- x: variável.
- $a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}, a_n$: coeficientes

Funões polinomiais



Função modular

Utiliza o valor absoluto da variável x: $f(x) = |x|$

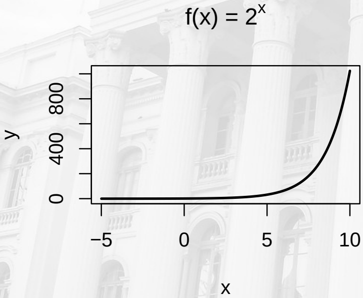


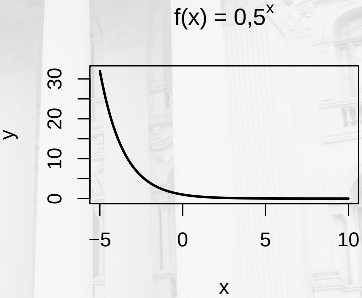
Função exponencial

Apresenta a variável x no expoente: $f(x) = a^x$

em que a é um número real maior que zero.

- Se $a > 1$, a função é crescente.
- Se $0 < a < 1$, a função é descrescente.

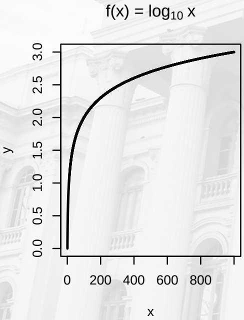


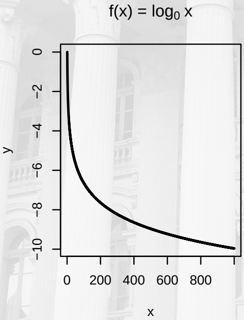


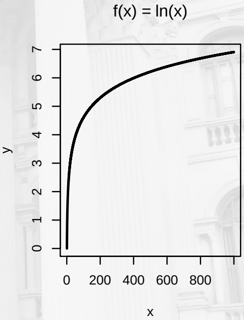
Função logarítmica

Possui a variável no logaritmando: $f(x) = log_a x$

- É a inversa da função exponencial.
- Se $a > 1$, a função é crescente.
- Se $a < 1$, a função é decrescente.

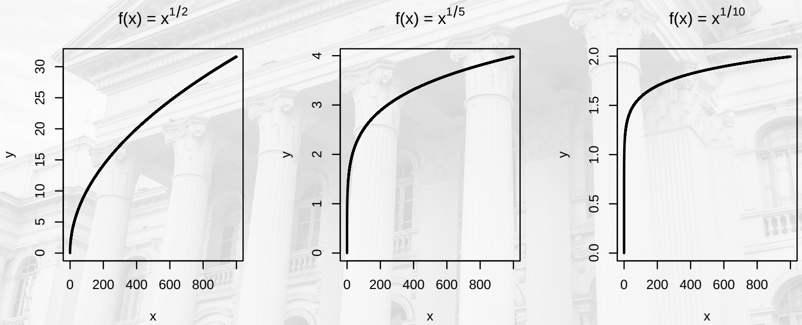






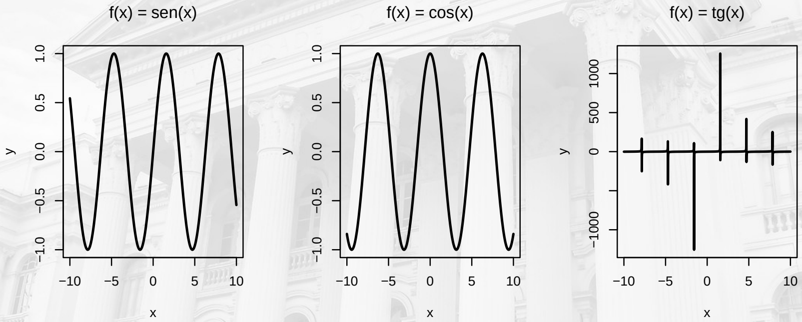
Função raiz

O valor de x é elevado à uma fração: $f(x) = x^{1/n}$



Funções trigonométricas

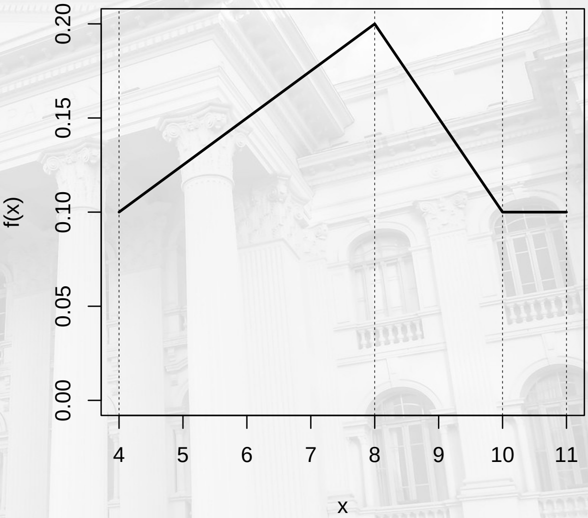
A variável x envolve as razões trigonométricas como seno, cosseno e tangente



Funções definidas por partes

- Existem diveras situações que o comportamento de uma função depende do valor do domínio.
- Por esta razão, uma razão pode ser escrita por partes

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{40}x, & 4 \leq x \leq 8; \\ -\frac{1}{20}x + \frac{3}{5}, & 8 \leq x \leq 10; \\ \frac{1}{10}, & 10 \leq x \leq 11; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$



Exercícios

Esboce o gráfico e escreva quais os possíveis valores x e y podem assumir:

a) $f(x) = \pi$

b) $f(x) = 4x + 2$

c) $f(x) = -x^2 + 4$

d) $f(x) = 2|x + 1|$

e) $f(x) = 2^x - 1$

f) $f(x) = [ln(x)]^2$

h)

$$f(x) = \begin{cases} 1/4, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1/5, & 2 < x \leq 4 \\ 1/20, & 4 < x \leq 6 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Exercícios

Considerando a função do item h da questão anterior, responda:

a) Qual é a área total da figura definida pela função partindo do eixo x?
b) Qual é a área da figura na primeira parte da função?
c) Qual é a área da figura na segunda parte da função?
d) Qual é a área da figura na terceira parte da função?

Considerações

Considerações

- Este material apresenta uma breve e superficial revisão de elementos de matemática que são usados como ferramentas nas disciplinas de estatística básica.
- Os tópicos não foram abordados com grau de formalidade elevado, por exemplo: não foram apresentadas as propriedades de somatórios, produtórios, logaritmos, etc.